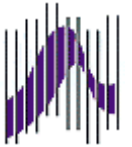


Einführung in die Fuzzy Logik

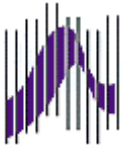
- Einleitung und Motivation
- Unscharfe Mengen – fuzzy sets
- Zugehörigkeitsfunktionen
- Logische Operatoren
- IF-THEN-Regel
- Entscheidungsfindung mit dem Fuzzy Inferenz-System
- Schlußbemerkungen



Einleitung und Motivation (1/2)

- Lotfi Zadeh stellt 1965 sein Konzept der Logik für unscharfe Mengen vor, die "fuzzy-set-theorie"
- Menschen machen auf sehr effiziente Weise Gebrauch von vager, unpräziser oder unsicherer Information in Form „unscharfer“ Regeln.

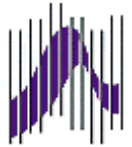
“Wenn es ein bisschen zu kalt ist, muss die Heizung ein wenig stärker aufgedreht werden”



Einleitung und Motivation (2/2)

- Fuzzy-Logik erweitert die klassische zweiwertige Logik auf das Einheitsintervall als Wahrheitsmenge. Damit wird die Modellierung gradueller Erfüllung eines Prädikats möglich, z.B. „ein bisschen“, „wenig“, „sehr“, etc.
- Zweiwertige Logik: Abbildung einer Variable X auf Wahrheitswerte „wahr“ oder „falsch“, $X \rightarrow \{0,1\}$
- Fuzzy-Logik: Abbildung einer Variable X auf alle reelle Zahlen im Intervall $[0,1]$. $X \rightarrow [0,1]$

Unterschied zum probabilistischen Schließen

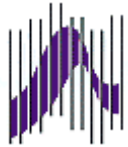


Probabilistisches Schließen

- Die Wahrscheinlichkeit ist eine Einstufung von Aussagen und Urteilen nach dem Grad der Gewissheit.
- Repräsentation und Verarbeitung von Unsicherheit

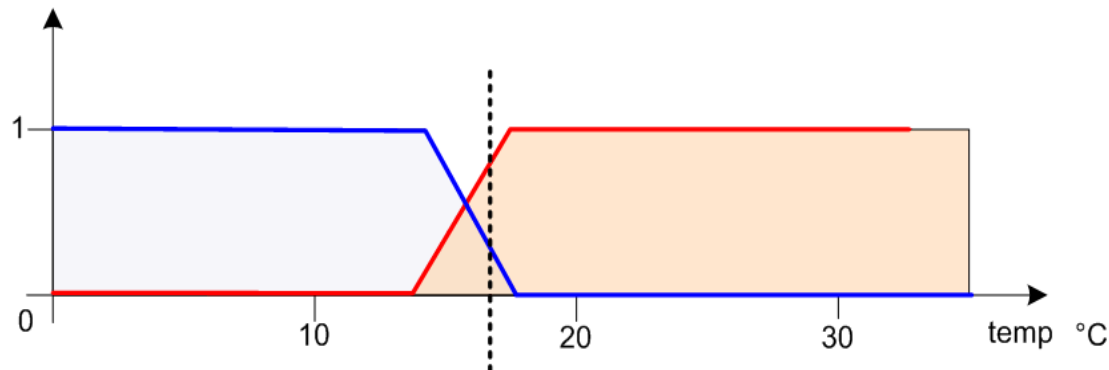
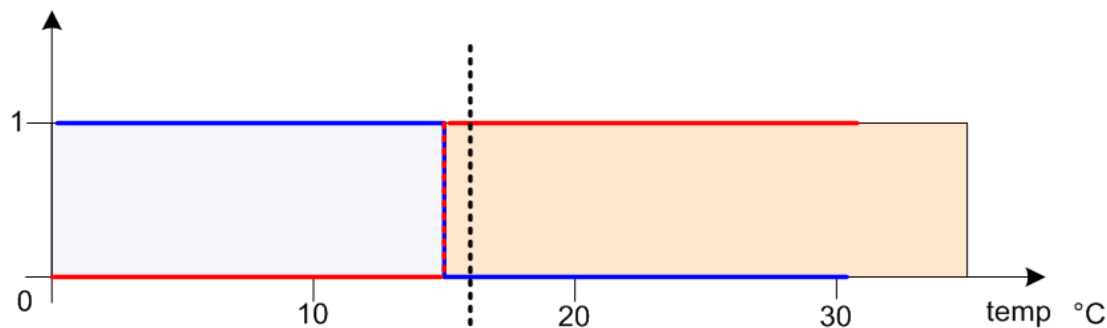
Fuzzy-Logik

- Die Unschärfe ist eine Form der Ungenauigkeit, Unbestimmtheit bzw. Ungewissheit bei der Abbildung bzw. Wiedergabe eines Sachverhalts.
- Repräsentation und Verarbeitung von ungenauen Daten („fuzzy“)

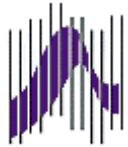


Unscharfe Mengen – fuzzy sets

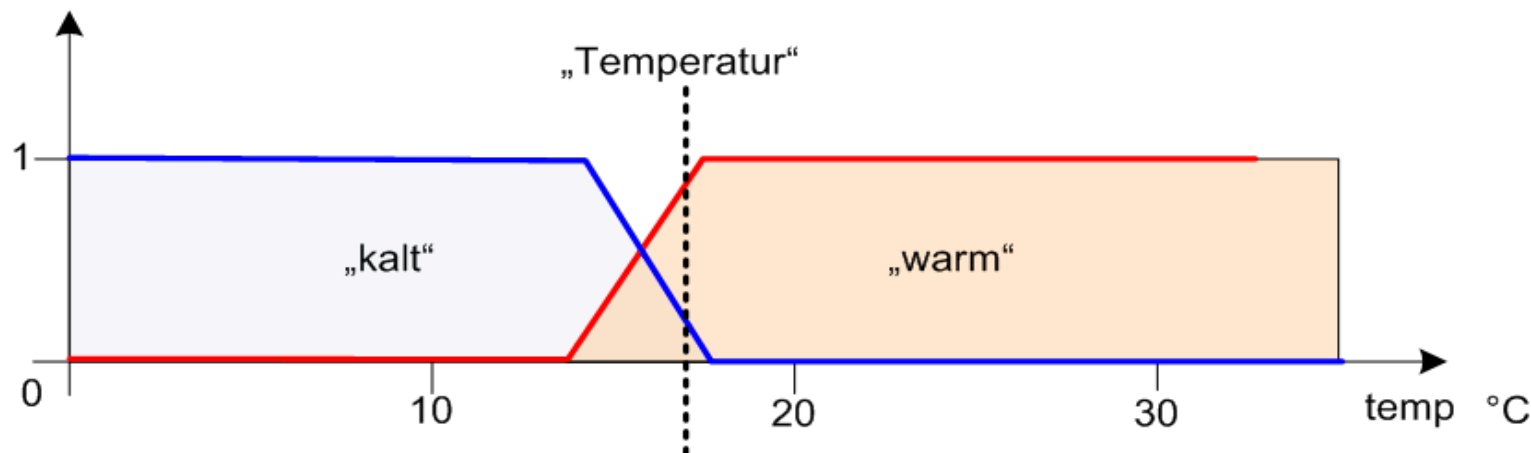
- zweiwertige Mengenlehre: Element ist in einer Menge, oder nicht.
- Fuzzy-Logik erlaubt Elementen graduelle Zugehörigkeit zu Mengen.
- Eine Fuzzymenge μ von X ist eine Funktion von einer Grundmenge X in das reelle Einheitsintervall $[0, 1]$, d.h. $\mu : X \rightarrow [0, 1]$.

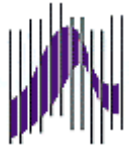


Linguistische Terme und linguistische Variable



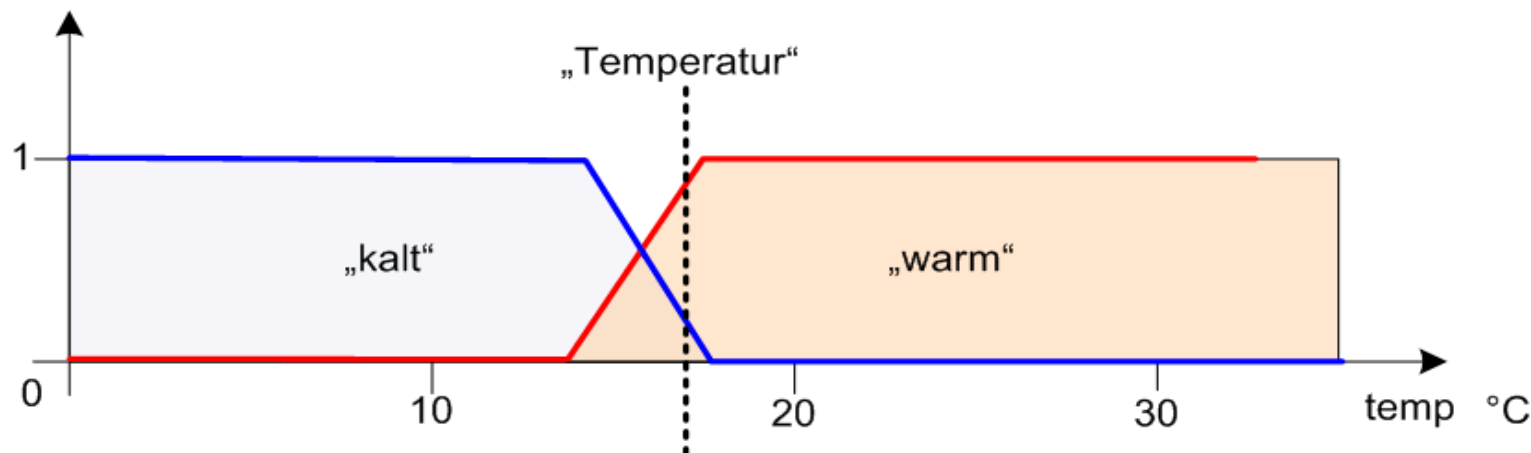
- Unscharfer Wert wie z.B. "warm" für die Temperatur eines Zimmer:
linguistischer Term
- Die zugrundeliegende Variable, in diesem Fall "Temperatur":
linguistische Variable
- Eine linguistische Variable wird in der Regel durch mehrere linguistische Terme beschrieben werden, deren Fuzzymengen den Wertebereich der Variablen abdecken.

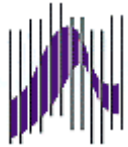




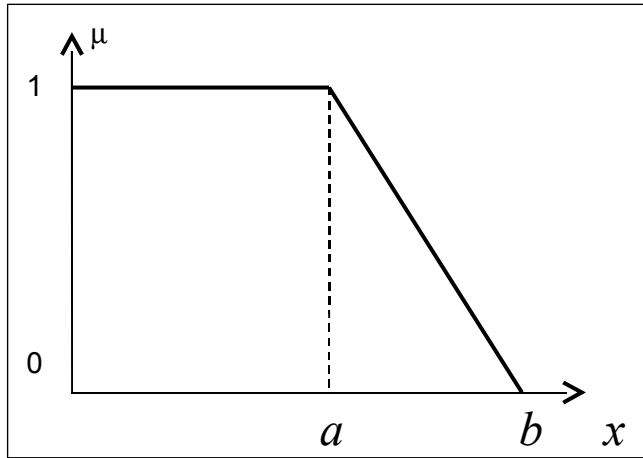
Zugehörigkeitsfunktionen (1/2)

- Eine Fuzzymenge μ von X ist eine Funktion von einer Grundmenge X in das reelle Einheitsintervall $[0, 1]$, d.h. $\mu : X \rightarrow [0, 1]$.
- Zuordnung von Variablen zu Fuzzy-Mengen über Zugehörigkeitsfunktion.
- Dreiecks- und Trapez-Funktionen sind üblich, erlaubt sind aber alle Funktionen die auf $[0,1]$ abbilden.



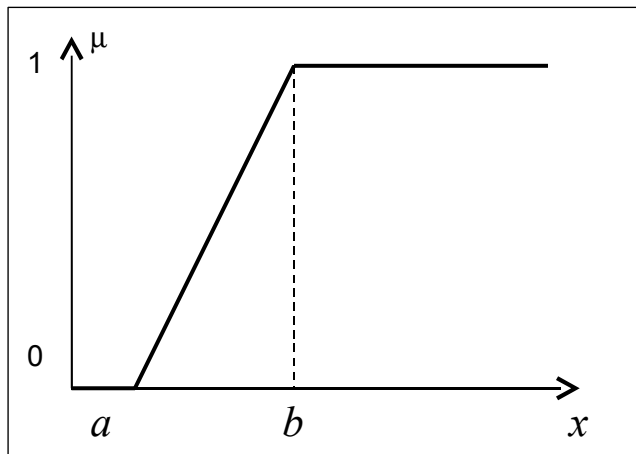


Zugehörigkeitsfunktionen (2/2)



Monoton fallend

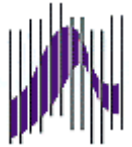
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1, & x < a, \\ \frac{b-x}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$



Monoton steigend

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Logische Operatoren auf unscharfen Mengen



- Operatoren der zweiwertigen Logik
Durchschnitt (UND), Vereinigung (ODER), Komplement (NICHT)
- Schnittmengen-Operatoren werden für die Fuzzy-Logik ebenfalls verwendet und durch T-Normen ("triangular norms") nachgebildet.
- Erfüllung der Bedingungen:
Assoziativität, Kommutativität, Monotonie, Einselement

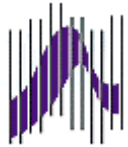
T-Norm $T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$

Durchschnitt der Fuzzy-Mengen μ und μ' : $\min\{\mu(x), \mu'(x)\}$

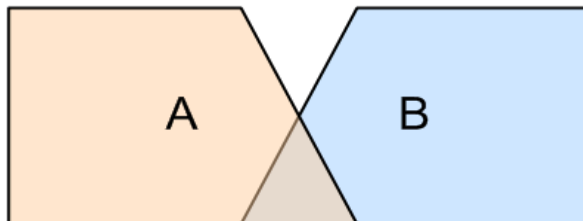
Vereinigung der Fuzzy-Menge in μ und μ' : $\max\{\mu(x), \mu'(x)\}$

Komplement von μ : $1 - \mu(x)$

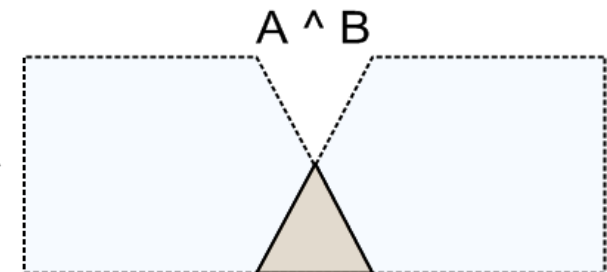
Logische Operatoren auf unscharfen Mengen



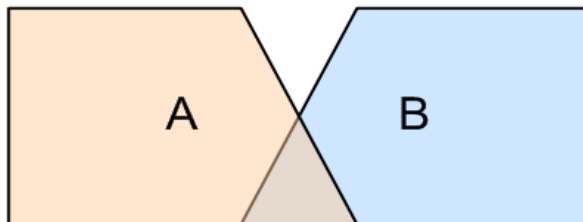
Konjunktion



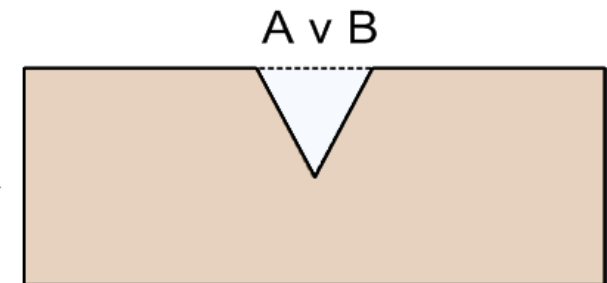
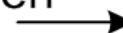
T-Norm „min“ nach Zadeh
 $T_{\min}(a,b) = \min(a,b)$



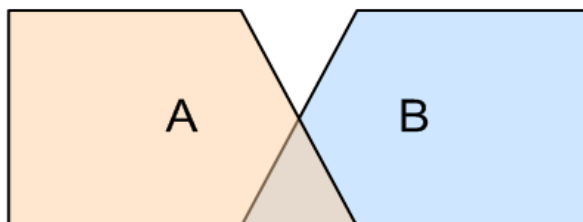
Disjunktion



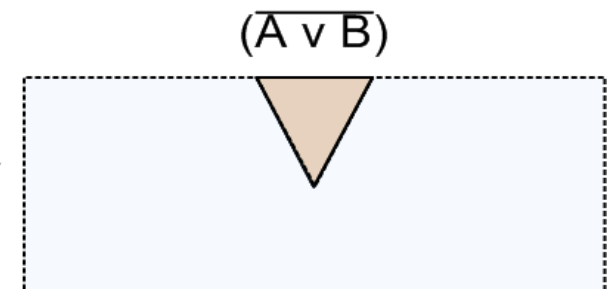
T-Norm „max“ nach Zadeh
 $T_{\max}(a,b) = \max(a,b)$



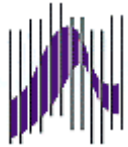
Komplementär



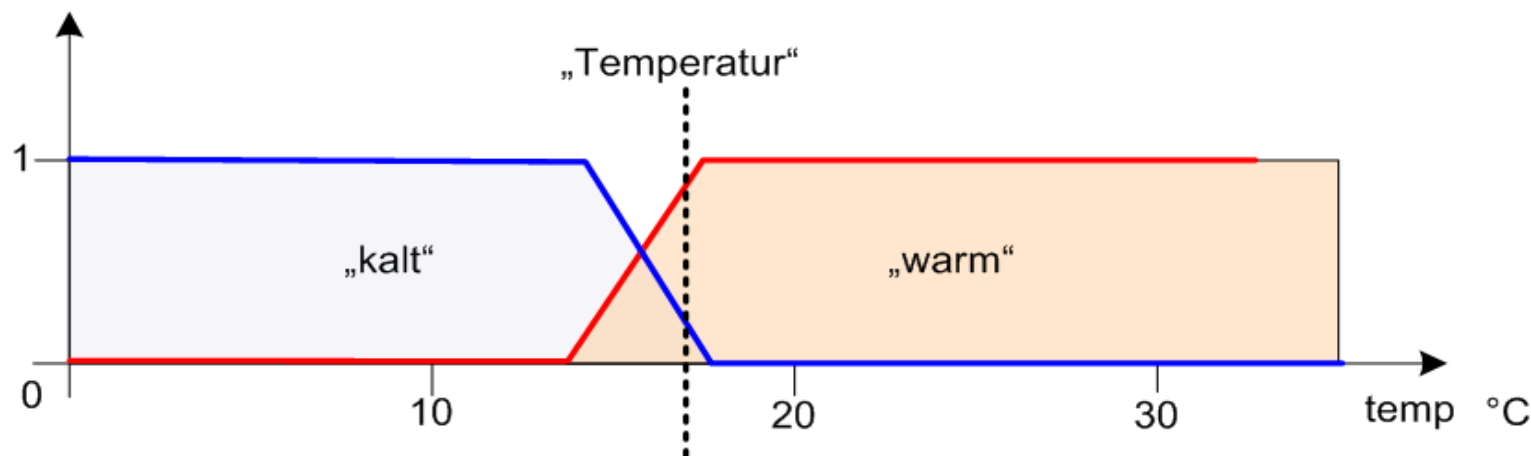
$1 - \max(a,b)$



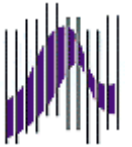
IF-THEN-Rule oder Fuzzy-Regel



- Beschreibung komplexer Systeme mittels sprachlich formulierter Regeln bzw. Regelsätzen
- Zusammenhänge zwischen Input und Output herstellbar
- Allgemeine Form: **IF X IS A THEN Y IS B**
 - => **A und B sind ling. Terme, X und Y ling. Variable**
 - => **"IF X IS A" = Bedingung, "THEN Y IS B" = Schlußfolgerung**
 - => **„Wenn die Temperatur kalt ist, dann Heizungsventil offen“**

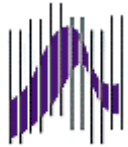


Entscheidungsfindung mit Fuzzy-Logik (1/6)



- Fuzzy Inferenz Systeme (FIS) sind ein Ansatz für die Lösung verschiedenartiger Probleme auf den Gebieten Steuerungsautomatisation, Klassifizierung von Daten oder Entscheidungsfindung.
- Grundidee ist, Expertenwissen und Erfahrung einfließen zu lassen, wenn das Erstellen eines exakten mathematischen Modells aufgrund der Komplexität des Systems sehr aufwändig oder unmöglich ist.

Entscheidungsfindung mit Fuzzy-Logik (2/6)



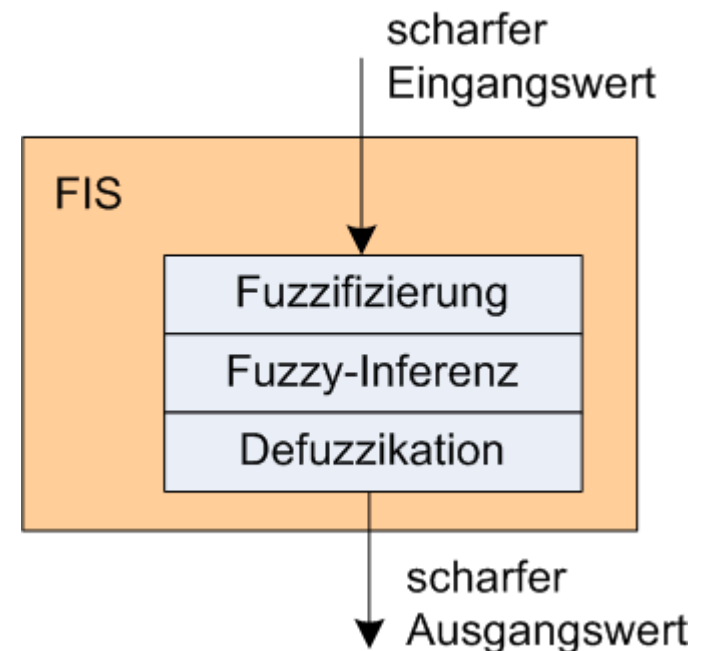
- Beispiel anhand der Temperaturregelung eines Heizungsventils
- Entscheidungsfindung anhand zweier Fuzzy-Regeln (Bedingung->Schlußfolgerung)

Regel 1

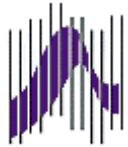
**WENN Temperatur-ist-kalt
DANN Heizventil-ist-weit-offen**

Regel 2

**WENN Temperatur-ist-warm
DANN Heizventil-ist-kaum-offen**



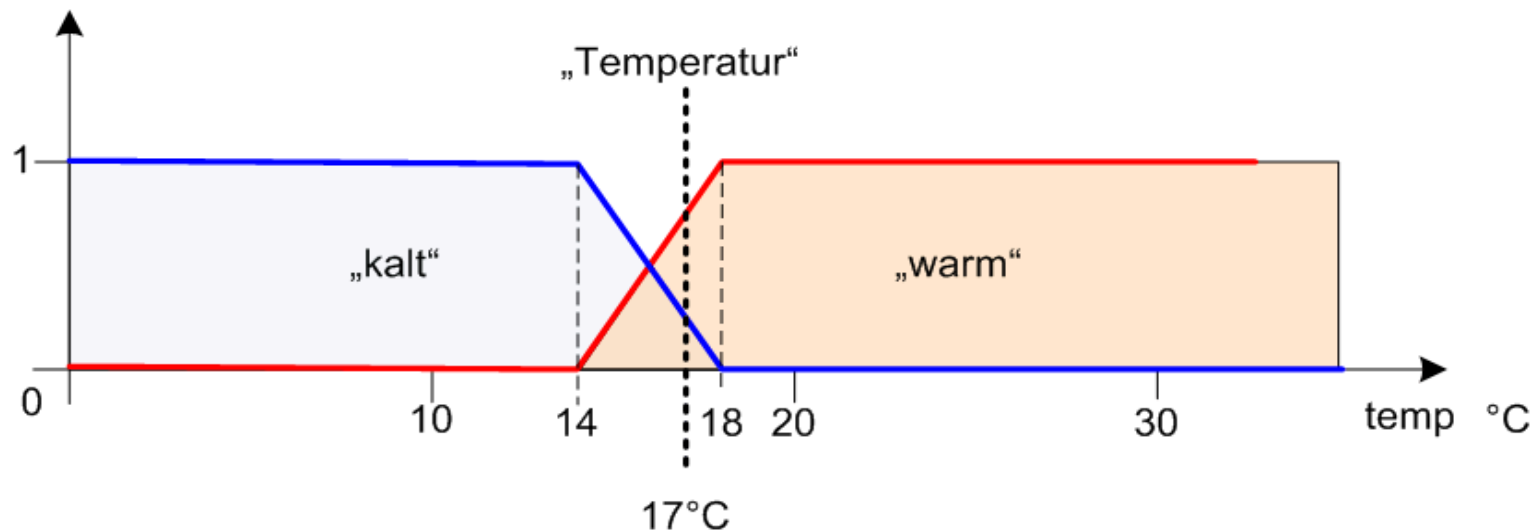
Entscheidungsfindung mit Fuzzy-Logik (3/6)



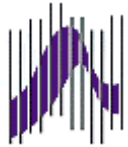
- 1. Schritt: Fuzzifikation:

Bestimmung des Grades an Zugehörigkeit eines Input, hier nach monoton fallend/steigender Zugehörigkeitsfunktion. (siehe Folie 8)

=> 17°C Temperatur zugehörig 0.25 "kalt" und 0.75 "warm"

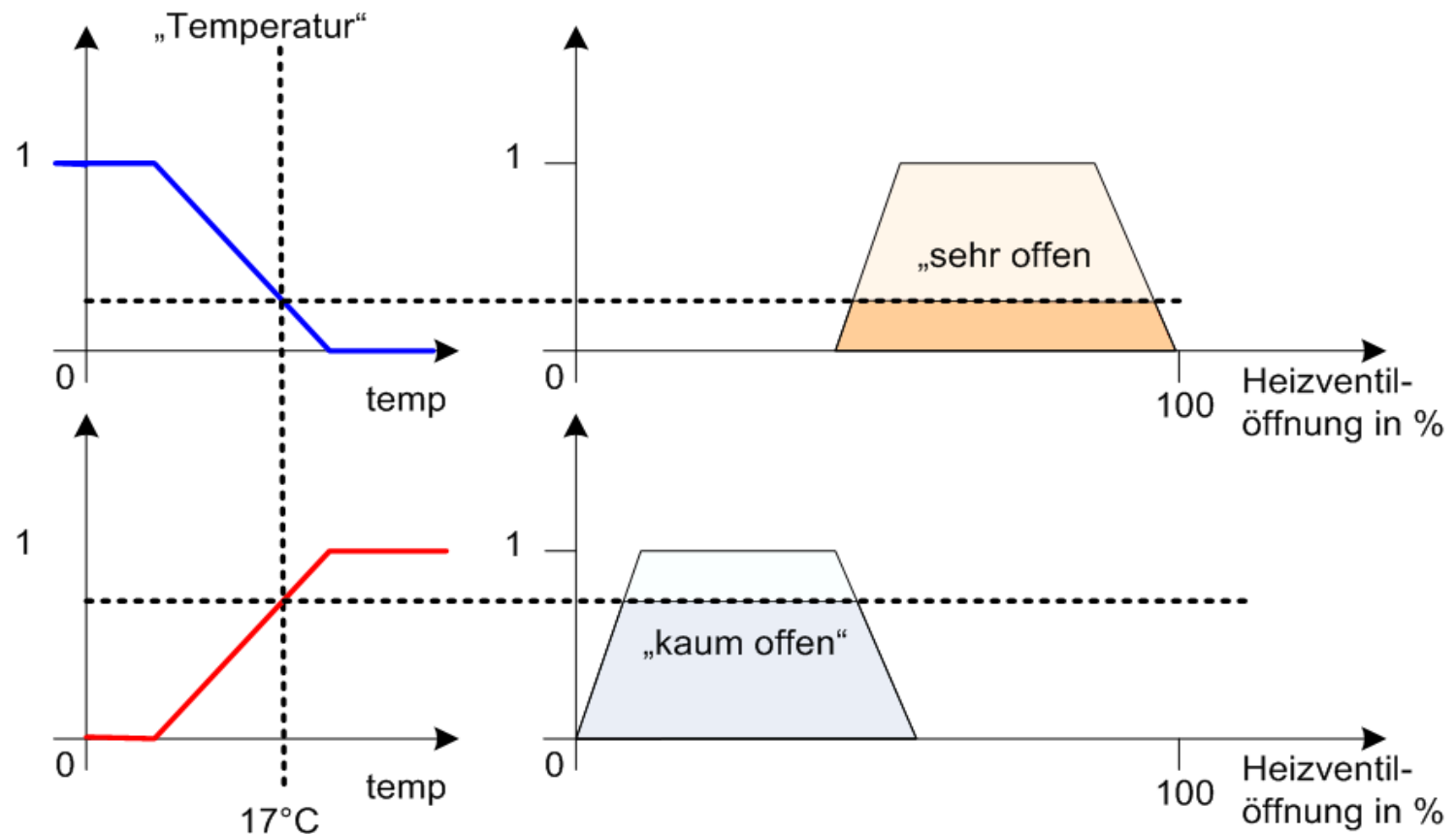


Entscheidungsfindung mit Fuzzy-Logik (4/6)

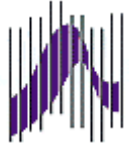


- 2. Schritt: Implikation

Übertragung der zuvor ermittelten Werte der Bedingung der Fuzzy-Regel auf die Schlußfolgerung, d.h. eine Output-Menge.

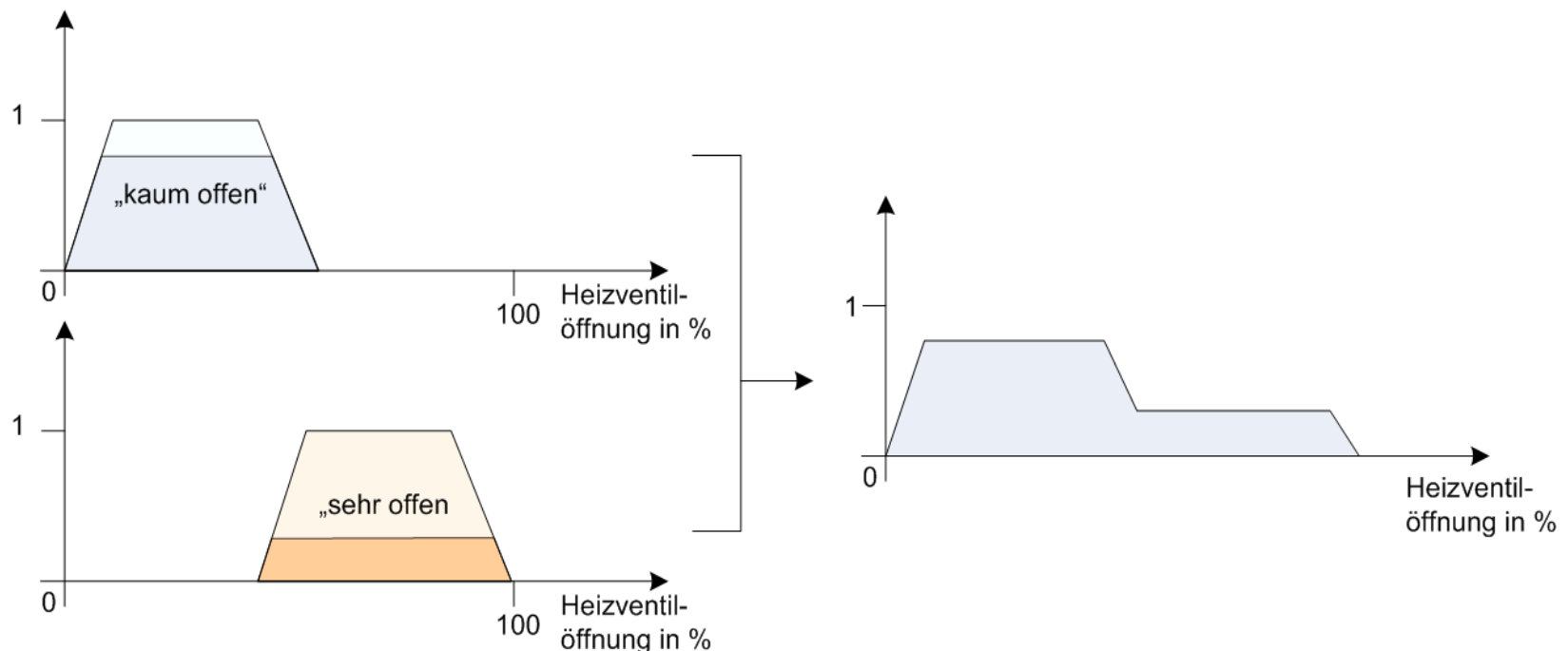


Entscheidungsfindung mit Fuzzy-Logik (5/6)

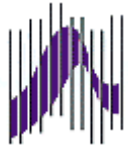


- 3. Schritt: Akkumulation

Schließen mehrere Fuzzy-Regeln auf eine Output-Variable, werden die Ergebnisse der betreffenden Implikationen kombiniert. Dies geschieht durch Anwendung von T-Normen, in diesem Fall unter Anwendung des Maximum-Operators (UND).



Entscheidungsfindung mit Fuzzy-Logik (6/6)

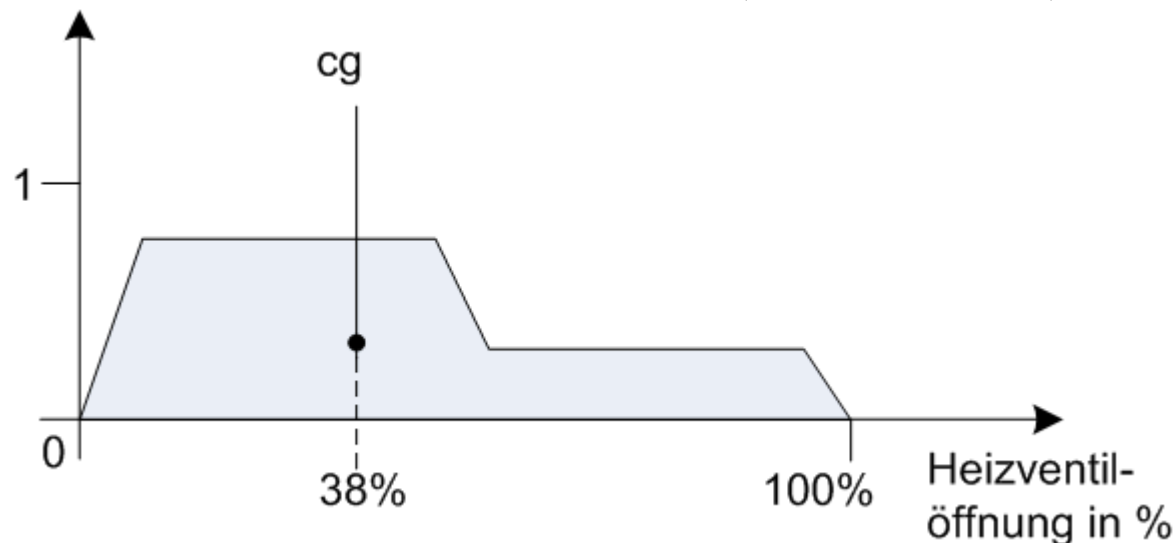


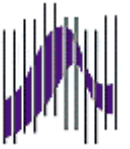
- 4. Schritt: Defuzzifikation

Das Ergebnis der Akkumulation ist eine Fuzzy-Menge.

Die Defuzzifikation reduziert die Fuzzy-Menge auf einen einzelnen repräsentativen Wert.

- z.B. Durch center-of-gravity-Methode.
- Auch „beliebige“ andere Methoden möglich bzw. denkbar, z.B. linkes/rechtes Maximum/Minimum, Mittelwert, etc.





Verwendungszwecke

- Verwacklungsstabilisierung bei Camcordern
- Autofocus bei Kameras
- ABS-Systeme
- Automatik-Getriebe
- Haushaltsgeräte
- Allgemein Regelungsschleifen

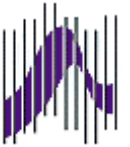
=> vor allem verbreitet in der industriellen Produktion

=> schnelle Realisierbarkeit

=> geringe Kosten

=> von Mathematikern und Ingenieuren zumeist abgelehnt

("mit der Wahrscheinlichkeitstheorie können wir das alles auch, nur besser").



- **„Logik und Fuzzy Logik“ - Alfred Friedrich,**
ISBN-13: 978-3816924753
- **Einführung in die Fuzzy-Logik“ - Dirk H. Traeger,**
ISBN-13: 978-3519161622
- **<http://www.bytecraft.com/fuzzy.html>**
- **http://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_logic**
- **http://de.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_Logik**

Email des Autor: Fabian.Krapp@gmx.net